（１）$n=4$のとき、2−1+3=4であるから、P(4,3)は成り立つ。
$n=5$のとき、1, 3, 4の３つの整数を選ぶと、5を作ることはできない。
同様に、$n=k\geqq 6$のとき、1, k−2, k−1の３つの整数を選ぶと、kを作ることはできない。よって、P(n,3)が成り立つ整数n≧4は、4のみ。

（２）まず、1から9までの整数４個を、２個の整数２組に分けて考える。
1から9までの整数２個を使って、1〜17の整数を作る。
1から17までの整数２個を使って、10を作れる組合せは、
1+9, 2+8, 3+7, 4+6, 11−1, 12−2, 13−3, 14−4, 15−5, 16−6, 17−7, 2×５。
この方法で10を作れる４つの整数を、左から小さい順に並べて４桁の整数を作り小さい順に並べると、
1234,1235,1236,1237,1238,1239,1245,1246,1247,1248,1249,1256,1257,
1258,1267,1268,1278,1345,1348,1349,1356,1357,1358,1359,1367,1368,
1369,1379,1389,1456,1457,1458,1459,1467,1468,1469,1478,1479,1489,
1567,1568,1569,1578,1579,1678,1679,1689,1789,2345,2346,2347,2348,
2349,2356,2357,2359,2368,2369,2378,2379,2389,2457,2459,2467,2468,
2469,2478,2479,2567,2568,2569,2579,2589,2678,2679,2789,3456,3457,
3458,3459,3468,3469,3479,3489,3568,3578,3579,3589,3678,3679,3689,
3789,4567,4578,4579,4589,4689,4789,5678,5689　の100個となる。
残りの26個について、個別に調べる。

1259=(1+9)/2+5	2367=(7-2)*6/3	3569=(3+9)/6*5
1269=(9-1)/2+6	2456=2*(4-5+6)	4568=4/(8-6)*5
1279=2*9-1-7	2458=(8-4)/2*5	4569=4*6-5-9
1289=1*2*9-8	2489=2*(4-8+9)	4678=(4+6)*(8-7)
1346=(1+4)*6/3	2578=2*5*(8-7)	4679=(7+9)/4+6
1347=(7-4)*3+1	2689=(2+6)/8+9	5679=(6+9)/5+7
1378=(7-1)*3-8	3467=6/3*7-4	5789=5*(7+9)/8
1589=(1+9)/5+8	3478=(3-7/4)*8	6789=(7+8)*6/9
2358=(8-2*3)*5	3567=(3+7)*(6-5)	よって成り立つ。■

（３）無限個作れる。２つ例を挙げる。
①P(10,k)（k≧4）
[1]k=4の場合は（２）で証明した。
[2]k=j（≧4）の場合、10を作ることができると仮定する。
[3]k=j+1の場合
(ｉ)1が入るとき、[2]から１以外のj個の数で10を作ることができる。よって、それに1を掛けたものはやはり10なので、10を作ることができる。■

(ⅱ)1が入らないとき、1〜9の中からj+1（≧5）個の数を選ぶと鳩の巣原理から、必ず隣り合った数がでてくる。よって、その隣り合った2数を引き算することによって1を作ることができる。[2]から、この1と他のj−1個を合わせてj個の数で10を作ることができる。
[2]，[3]から数学的帰納法により、P(10,k)（k≧4）は成り立つ。■

②n=4i−1（i≧2）のとき、P(n,n−1)

$$\frac{\{(n-1)+1\}\{(n-3)+3\}\cdot\cdots\cdot\left\{\frac{n+1}{2}+\frac{n-1}{2}\right\}}{\{(n-2)+2\}\{(n-4)+4\}\cdot\cdots\cdot\left\{\frac{n+3}{2}+\frac{n-3}{2}\right\}}=\frac{n^{\frac{n+1}{4}}}{n^{\frac{n-3}{4}}}=\frac{n^{i}}{n^{i-1}}=n$$

ゆえに、n=4i−1（i≧2）のとき、P(n,n−1)は成り立つ。■